

力学系学習木の対ノイズ性能の向上

○菅原康滉*

沼倉彬雄*

金天海*

1 序論

ニューラルネットワークに代表される関数近似器は、自動車やロボットといった剛体の運動軌道の近似や、画像認識・音声認識などのマルチモーダル情報処理に用いられており、近年、その需要が高まっている。本研究では、それらの関数近似器のうち、入出力間の関係が非線形かつ連続である非線形連続関数近似器[†]を議論の対象とする。我々が既に提案している関数近似器である力学系学習木 (Dynamics Learning Tree:DLT) [1] は、以下のような剛体の運動軌道の近似に利用されている。例えば、車体運動の動力学推定 [2]、小型船舶の無波無動力時加速度の関数近似化 [3]、ならびに、ヒューマノイドロボットの描画運動における腕の動力学の関数近似化 [4] に用いられている。

力学系学習木は木構造を用いており、各ノードは予測出力値を保持・更新している。また、出力値計算時のノード選択では入力値によりノードを選択している。しかしながら、選択されるノードの予測出力値がノイズによる影響を受け、その値と更新されるべき真値の間の誤差が大きい場合がある。

そこで本研究では、ノイズによる影響を低減させる手法を導入することで力学系学習木の対ノイズ性能を向上させる。

2 力学系学習木

力学系学習木について一般的に議論する。ある系の入出力関数

$$f: I \rightarrow O; f(\mathbf{i}) = \mathbf{o} \quad (1)$$

が未知関数であり、この入出力値

$$d := (\mathbf{i}, \mathbf{o}) \quad (2)$$

が取得できるとする。 $I \subseteq \mathbb{R}^\mu$, $O \subseteq \mathbb{R}^\kappa$ はそれぞれ入力空間、出力空間である。 \mathbb{R}^μ , \mathbb{R}^κ はそれぞれ μ 次元実数空間、 κ 次元実数空間である。 $\mathbf{i} \in I$, $\mathbf{o} \in O$ はそれぞれ入力値、出力値である。そして、それぞれの成分を

$$\mathbf{i} := (i_1, i_2, \dots, i_\mu), \mathbf{o} := (o_1, o_2, \dots, o_\kappa) \quad (3)$$

と定義する。 f の近似関数を

$$\hat{f}: I \rightarrow O; \hat{f}(\mathbf{i}) = \hat{\mathbf{o}} \quad (4)$$

とする。 $\hat{\mathbf{o}} \in O$ は予測出力値である。 \mathbf{o} と $\hat{\mathbf{o}}$ の間の誤差を

$$e := \|\mathbf{o} - \hat{\mathbf{o}}\| \quad (5)$$

とし、 I 全体における \mathbf{o} と $\hat{\mathbf{o}}$ の間の誤差である全体誤差を

$$E := \int_I e \, d\mathbf{i} \quad (6)$$

とする。このとき、 f と最も類似する \hat{f} の最適解 \hat{f}° を得る関数近似問題は以下のように定義できる。

$$\hat{f}^\circ := \arg \min_{\hat{f}} E \quad (7)$$

(8) 式により \hat{f} を更新するという条件を関数近似問題に加えるとオンライン関数近似問題と成る。

$$\hat{f} \leftarrow \chi(\hat{f}, d) \quad (8)$$

χ は更新関数である。オンライン関数近似問題はオンライン学習学習問題とも呼ばれる[‡]。この問題において追加学習時の汎化と記憶保持の間にはトレードオフの関係がある。力学系学習木は、その関係を ξ 分木を用いることで解消させたオンライン学習器である。

2.1 ξ 分木

ξ 分木は、各ノード v が ξ 個以下の子ノードを持つ順序根付き木である。ノード v の深さを l , v の親ノードを p , v が持つ子ノードを

$$\mathbf{c} := (c_1, \dots, c_x, \dots, c_\xi) \quad (9)$$

とする。ただし、 $0 \leq l < \rho$ であり、 $c_x \in \mathbf{c}$ は v が持つ第 x 番目の子ノードである。 ρ はノードの最大の深さである。各ノード v で入力空間 I の部分空間である部分入力空間[§]

$$S := \{\mathbf{i} \in I \mid Q(\mathbf{i})\} \subseteq I \quad (10)$$

を保持させる。そして、予測出力値 $\hat{\mathbf{o}}$ と $\hat{\mathbf{o}}$ の更新回数 u を保持させる。以上より、ノード v の要素を (11) 式のように定義する。

$$v := \{l, p, \mathbf{c}, S, \hat{\mathbf{o}}, u\} \quad (11)$$

$Q(\mathbf{i})$ は $\mathbf{i} \in I$ についての条件であり、根ノードが保持する部分入力空間 S の条件 $Q(\mathbf{i})$ は $\mathbf{i} \in I$ である。任意のノード v の第 x 番目の子ノード c_x が保持する部分入力空間 $S \in c_x$ の条件は

$$Q(\mathbf{i}) \equiv (S \in v) \wedge (\mathbf{i} \in S) \wedge (a_{\min} \leq i_\zeta \leq a_{\max}) \quad (12)$$

である。ただし、

$$\zeta := (l \bmod \mu) + 1 \quad (l \in v) \quad (13)$$

$$a_{\max} := b \cdot x + i_{\min} \quad (14)$$

$$a_{\min} := a_{\max} - b \quad (15)$$

$$b := |i_{\max} - i_{\min}| / \xi \quad (16)$$

である。 i_{\max} , i_{\min} は $S \in v$ 上の \mathbf{i} の第 ζ 成分 $i_\zeta \in \mathbf{i}$ の最大値、最小値である。

2.2 学習

任意の入出力値 d により、特定のノードが保持する予測出力値を (17) 式により更新することを学習と呼ぶ。なお、未学習時の ξ 分木は根ノードのみから成る。

$$\hat{\mathbf{o}} \leftarrow (u \cdot \hat{\mathbf{o}} + \mathbf{o}) / (u + 1) \quad (\mathbf{o} \in d) \quad (17)$$

その特定のノードは根ノードから探索する。 v の子ノード \mathbf{c} の中から d の $\mathbf{i} \in d$ を含む部分入力空間 S を保持するノードを (18) 式により探索する。

$$x := \text{ceil}((i_\zeta - i_{\min}) / b) \quad (18)$$

(18) 式により第 x 番目の子ノード c_x が探索される。ただし、 c_x が未生成である場合は c_x を生成する。

図 1 により学習について説明する。図 1 の左側が入力空間は

$$I = \{\mathbf{i} \in \mathbb{R}^2 \mid (0, 0) \leq (i_1, i_2) \leq (4, 4)\} \quad (19)$$

であり、右側が 2 分木である。なお、出力空間は $O \subseteq \mathbb{R}$ である。入出力値 $d = ((3.5, 3.5), 1)$ により学習すると、ノード v_{12}, v_{13}, v_{14} が生成されてノード $v_1, v_2, v_{12}, v_{13}, v_{14}$ が保持する予測出力値 $\hat{\mathbf{o}}$ が更新される。

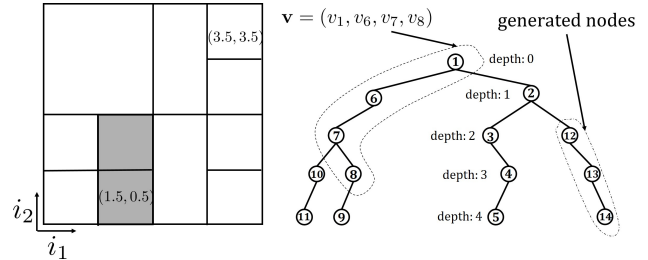


図 1. 力学系学習木の学習・予測 ($\mu = 2, \rho = 4, \xi = 2$)

2.3 予測

任意の入出力値 \mathbf{i} を含む部分入力空間 S を保持しているノードを根ノードから (18) 式により探索し、複数のノード v_j からなるノード列 \mathbf{v} を抽出する。 \mathbf{v} の中で深さ l が最も大きいノード

$$v_l := \arg \max_{v_j \in \mathbf{v}} l \quad (20)$$

を選び、 v_l が保持する予測出力値 $\hat{\mathbf{o}} \in v_l$ を得ることを予測と呼ぶ。

図 1 により予測について説明する。入力値 (1.5, 0.5) による予測では、ノード列 $\mathbf{v} = (v_1, v_6, v_7, v_8)$ が抽出される。そして、 \mathbf{v} の中で最も深いノード $v_8 \in \mathbf{v}$ を選び、ノード v_8 が保持する予測出力値 $\hat{\mathbf{o}} \in v_8$ を得る。なお、灰色の空間がノード v_8 が保持する部分入力空間 $S \in v_8$ である。

3 ノイズ \mathbf{z} による影響

入出力値 d の $\mathbf{o} \in d$ にノイズ

$$\mathbf{z} := (z_1, \dots, z_k, \dots, z_\kappa) \quad (21)$$

が付加されたノイズ付加入出力値

$$\mathbf{o}^z := \mathbf{o} + \mathbf{z} \quad (22)$$

から成るノイズ付加入出力値

$$d^z := (\mathbf{i}, \mathbf{o}^z) \quad (23)$$

を学習したときの影響について議論する。予測によって選ばれるノード $v_j \in \mathbf{v}$ は最も深いノードであり、更新回数 $u \in v_j$ が \mathbf{v} の中で最も少ない、すなわち、予測出力値 $\hat{\mathbf{o}}$ は \mathbf{z} による影響を受け易く、(5) 式による誤差 e が大きくなり易い。

*岩手大学所属

[†]以降、非線形連続関数近似を単に関数近似と表記する。

[‡]以降、オンライン関数近似をオンライン学習と表記する。

[§]入力空間の部分空間のことを部分入力空間と表記する。

例えば、入出力関数を

$$\sin : I \rightarrow O ; \sin(\mathbf{i}) = \mathbf{o} \quad (24)$$

とする。入力空間を

$$I = \{\mathbf{i} \in \mathbb{R} \mid -3.14 \leq i_1 \leq 3.14\} \quad (25)$$

とする。出力空間を $O \subseteq \mathbb{R}$ とする。任意の入出力値 d を N_L 回学習し、 N_P 回予測したときの $(\mathbf{i}, \hat{\mathbf{o}})$ と (\mathbf{i}, \mathbf{o}) をプロットした図は図2である。 $N_L = 5000$ であり、 $N_P = 629$ である。横軸は入力値の軸であり、縦軸は出力値と予測出力値の軸である。黒、灰色はそれぞれ $(\mathbf{i}, \hat{\mathbf{o}})$ 、 (\mathbf{i}, \mathbf{o}) である。このときの e の平均誤差

$$\bar{e} := \left(\sum_{N_P} e \right) / N_P \quad (26)$$

は $0.81 \cdot 10^{-3}$ であった。任意のノイズ付加入出力値 d^z を N_L 回学習し、 N_P 回予測したときの $(\mathbf{i}, \hat{\mathbf{o}})$ と (\mathbf{i}, \mathbf{o}) をプロットした図は図3である。ノイズ \mathbf{z} の各成分 z_k の変域は $-0.1 \leq z_k \leq 0.1$ である。このときの \bar{e} は $29.75 \cdot 10^{-3}$ であった。この値と、 d を学習したときの平均誤差 $0.81 \cdot 10^{-3}$ との差は $28.94 \cdot 10^{-3}$ であり、ノイズによる影響を受けていることが明らかである。

そこで、ノイズ付加入出力値 d^z を学習したときの \mathbf{z} による影響を低減させ、 \bar{e} を小さくする予測法を提案する。

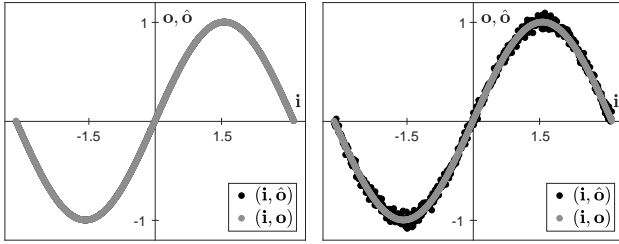


図2. ノイズ \mathbf{z} 無し

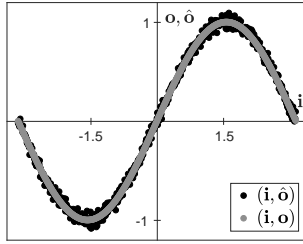


図3. ノイズ \mathbf{z} 有り

4 提案法と reference 予測法

更新回数ベース予測法、深さベース予測法、誤差ベース予測法の3つを提案する。更新回数ベース予測法はノード列 \mathbf{v} の中で、一定更新回数 η 以上の更新回数 u を保持するノード列

$$\mathbf{v}^\eta := \{v_j \in \mathbf{v} \mid u \geq \eta\} \quad (27)$$

を抽出する。そして、 \mathbf{v}^η の中で深さ l が最も大きいノード v_l を選ぶ予測法である。深さベース予測法は、ノード列 \mathbf{v} の中で一定深さ l 以下の深さであるノード列

$$\mathbf{v}^l := \{v_j \in \mathbf{v} \mid l \leq l\} \quad (28)$$

を抽出する。そして、 \mathbf{v}^l の中で深さ l が最も大きいノード v_l を選ぶ予測法である。誤差ベース予測法は、ある誤差を用いた予測法であり、パラメータ α がある。

reference 予測法は他の予測法と比較するための予測法であり、入出力関数 f が既知関数であるときのみ使用できる。この予測法は、ノード列 \mathbf{v} の中で $f(\mathbf{i})$ に最も近い予測出力値を保持するノードを選ぶ。

5 実験

$\mu = 2, \rho = 19, \xi = 3$ の力学系学習木で、単振動をノイズ付加入出力値 $d^z = (\mathbf{i}, \mathbf{o}^z)$ を用いて学習する。そして、入力値 $\mathbf{i} \in I$ を用いて予測する。単振動の運動方程式は

$$\ddot{y} = -y \quad (29)$$

を用いる。ただし、 y, \dot{y}, \ddot{y} をそれぞれ位置、速度、加速度とする。入力空間を

$$I = \{\mathbf{i} \in \mathbb{R}^2 \mid (-1.5, -1.5) \leq \mathbf{i} \leq (1.5, 1.5)\} \quad (30)$$

とする。出力空間を $O \subseteq \mathbb{R}$ とし、 $\mathbf{o} = \dot{y}$ とする。学習に用いる d^z の \mathbf{i} の変域は

$$(-0.5, -0.5) \leq \mathbf{i} = (y, \dot{y}) \leq (0.5, 0.5) \quad (31)$$

である。ノイズ付加入出力値 \mathbf{o}^z に付加されているノイズ \mathbf{z} の各成分の変域は $-0.05 \leq z_k \leq 0.05$ である。予測手法は「従来予測法」、「reference 予測法」、「更新回数ベース予測法」、「深さベース予測法」、「誤差ベース予測法」を用いる。

上記の条件で、30000 (= N_L) 回学習し、各予測手法で 15000 (= N_P) 回予測する。そして、各予測手法で平均誤差 \bar{e} を求める。この過程を 60 回繰り返し、 \bar{e} の平均値である平均予測誤差 T を各予測手法で求めて比較する。

5.1 結果

従来予測法の平均予測誤差 T は $0.21 \cdot 10^{-3}$ であり、reference 予測法の T は $0.03 \cdot 10^{-3}$ であった。

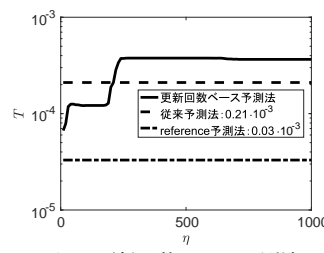


図4. 更新回数ベース予測法

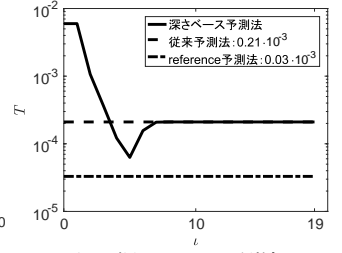


図5. 深さベース予測法

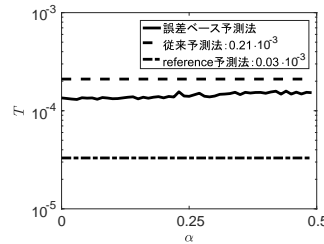


図6. 誤差ベース予測法

表1. 平均予測誤差 T の最小値・最大値 [10^{-3}]

提案法	最小値	最大値
更新回数ベース予測法	0.06	0.37
深さベース予測法	0.06	5.97
誤差ベース予測法	0.13	0.16

更新回数ベース予測法の平均予測誤差 T は図4のようになった。縦軸が T の軸であり、横軸が一定更新回数 η の軸である。実線が更新回数ベース予測法の T であり、破線が従来予測法の T であり、一点鎖線が reference 予測法の T である。

深さベース予測法の平均予測誤差 T は図5のようになった。縦軸が T の軸であり、横軸が一定深さ l の軸である。実線が深さベース予測法の T であり、破線が従来予測法の T であり、一点鎖線が reference 予測法の T である。

誤差ベース予測法の平均予測誤差 T は図6のようになった。縦軸が T の軸であり、横軸がパラメータ α の軸である。実線が誤差ベース予測法の T であり、破線が従来予測法の T であり、一点鎖線が reference 予測法の T である。

各提案法の T の最小値と最大値を表1に示す。

5.1.1 まとめ

更新回数ベース予測法において一定更新回数 η が区間 $[10, 210]$ 内の値であるとき、 T が従来予測法より小さく、そうでない場合は大きい。深さベース予測法において一定深さ l が区間 $[4, 9]$ 内の値であるとき、 T が従来予測法より小さく、そうでない場合は等しいか、大きい。誤差ベース予測法においてパラメータ α が区間 $[0, 0.49]$ 内の値であるとき、 T が従来予測法より小さい。従って、この区間内であれば α に依存せずに平均予測誤差 T を小さくできる。以上のことから、いずれの提案法も従来予測法より平均予測誤差 T を小さくできる。

全ての提案法の T の最小値が、reference 予測法の T より大きい。従って、全ての提案法において T を小さくする余地がある。

6 結論・展望

(29) 式から導かれる単振動においては、従来予測法の平均予測誤差 T より提案法の T を小さくできるため、ノイズの影響を低減させられたといえる。したがって、力学系学習木の対ノイズ性能を向上させることができた。

誤差ベース予測法は、さらに改良可能である。今後は、その改良に関する研究を予定である。

参考文献

- [1] 沼倉彬雄, 加藤成将, 佐藤和幸, 富沢武弥, 三好扶, 明石卓也, 金天海: "力学系学習木-連続力学系の階層型学習-", 情報処理学会第77全国大会, No.4, pp.993-994, (2015).
- [2] Keigo Eto, Yuichi Kobayashi, and Chyon Hae Kim: "Vehicle Dynamics Modeling using FAD learning," IEA/AIE, (2016).
- [3] Akio Numakura, Shigenobu Kato, Kazuyuki Sato, Takeya Tomizawa, Tasuku Miyoshi, Takuya Akashi and Chyon Hae Kim: "FAD learning: Separate Learning for Three Accelerations -Learning for Dynamics of Boat through Motor Babbling-," ICRA, (2016).
- [4] Kanta Watanabe, Shun Nishide, Manabu Gouko, and Chyon Hae Kim: "Fully Automated Learning for Position and Contact Force of Manipulated Object with Wired Flexible Finger Joints," IEA/AIE, (2016).